

# INTRODUCCIÓN A LAS ESPIRALES

Las fuentes de donde procede la información que se expone a continuación son diversas, la mayor parte de los documentos tienen su origen en la wikipedia, los enlaces se han conservado, así que es posible llegar al origen.

Sobre la espiral de Arquímedes...

La **ruleta de Arquímedes** (también espiral aritmética), obtuvo su nombre del matemático siciliano Arquímedes, quien vivió en el siglo III antes de Cristo. Se define como el **lugar geométrico** de un punto moviéndose a **velocidad** constante sobre una **recta** que gira sobre un punto de origen fijo a **Velocidad Angular** constante.

\*la recta se mantiene en un plano.

En **coordenadas polares**  $(r, \theta)$  la espiral de Arquímedes puede ser descrita por la ecuación siguiente:

$$r = a + b\theta$$

siendo  $a$  y  $b$  **números reales**. Cuando el parámetro  $a$  cambia, la espiral gira, mientras que  $b$  controla la distancia en giros sucesivos.

**Arquímedes** describió esta espiral en su libro *De las Espirales*.

Esta curva se distingue de la **espiral logarítmica** por el hecho de que vueltas sucesivas de la misma tienen distancias de separación constantes (iguales a  $2\pi b$  si  $\theta$  es medido en radianes), mientras que en una espiral logarítmica la separación está dada por una **progresión geométrica**.

Hay que notar que la espiral de Arquímedes tiene dos brazos, uno para  $\theta > 0$  y otro para  $\theta < 0$ . Los dos brazos están discretamente conectados en el origen y sólo se muestra uno de ellos en la gráfica. Tomando la imagen reflejada en el *eje Y* produciremos el otro brazo.

A veces, el término es usado para un grupo más general de espirales.

$$r = a + b\theta^{1/x}$$

La espiral normal ocurre cuando  $x = 1$ . Otras espirales que caen dentro del grupo incluyen la **espiral hiperbólica**, la **espiral de Fermat**, y el **Lituus**. Virtualmente todas las espirales estáticas que aparecen en la naturaleza son espirales logarítmicas, no de Arquímedes. Muchas espirales dinámicas (como la **espiral de Parker** del viento solar, o el patrón producido por una rueda de Catherine) son del grupo de Arquímedes.

## Tabla de contenidos

[[ocultar](#)]

- [1 Aplicaciones](#)
- [2 Véase también](#)
- [3 Referencias](#)
  
- [4 Enlaces externos](#)

## **Aplicaciones** [\[editar\]](#)



Mechanism of a scroll pump

La espiral de Arquímedes tiene una plétora de aplicaciones en el mundo real. [Muelles de compresión](#), hechos de dos espirales de Arquímedes del mismo tamaño intercaladas, son usadas para comprimir líquidos y gases.

Los surcos de las primeras grabaciones para gramófonos ([Disco de vinilo](#)) forman una espiral de Arquímedes, haciendo los surcos igualmente espaciados y maximizando el tiempo de grabación que podría acomodarse dentro de la grabación (aunque esto fue cambiado posteriormente para incrementar la cantidad del sonido).

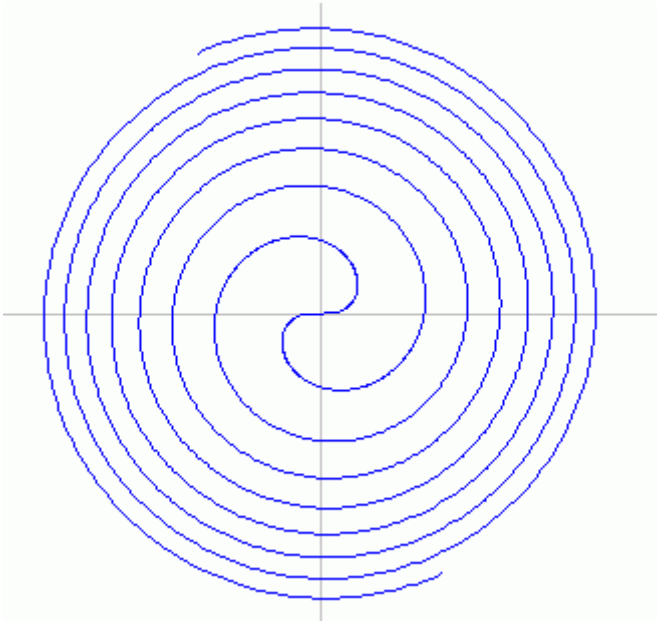
Pedirle a un paciente que dibuje una espiral de Arquímedes es una manera de cuantificar el temblor humano, esta información ayuda en el diagnóstico de enfermedades neurológicas. Estas espirales son también usadas en sistemas [DLP](#) de proyección para minimizar el [Efecto de Arco iris](#), que hace que parezca que se proyectan varios colores al mismo tiempo, cuando en realidad se proyectan ciclos de rojo, verde y azul rápidamente.

Un método para la [Cuadratura del Circulo](#), relajando las limitaciones estrictas en el uso de una regla y un [compás](#) en las pruebas geométricas de la [Grecia antigua](#), hace uso de la Espiral de Arquímedes. También existe un método para trisecar [ángulos](#) basados en el uso de esta espiral.

## **Espiral de Fermat**

**De Wikipedia, la enciclopedia libre**

Saltar a [navegación](#), [búsqueda](#)



Espiral de Fermat.

La **espiral de Fermat**, denominada así en honor de [Pierre de Fermat](#) y también conocida como **espiral parabólica**, es una curva que responde a la siguiente ecuación:

$$r = \theta^{1/2}$$

Es un caso particular de la [espiral de Arquímedes](#).

## Véase también [\[editar\]](#)

- [coordenadas polares](#)
- [espiral](#)

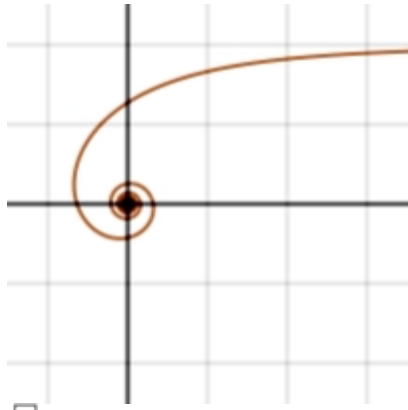
Obtenido de "[http://es.wikipedia.org/wiki/Espiral\\_de\\_Fermat](http://es.wikipedia.org/wiki/Espiral_de_Fermat)"

## Espiral hiperbólica

### De Wikipedia, la enciclopedia libre

Saltar a [navegación](#), [búsqueda](#)

Una *espiral hiperbólica* es una [Curva Plana trascendental](#), también conocida como **espiral recíproca**. Se define por la ecuación polar  $r\theta = a$ , y es la inversa de la [Espirale de Arquímedes](#).



Hyperbolic spiral for  $a=2$

Comienza en una distancia [infinita](#) del polo central (para  $\theta$  comenzando desde cero,  $r = a/\theta$  comienza desde el infinito), y se enrolla cada vez más rápidamente mientras se aproxima al polo central, la distancia de cualquier punto al polo, siguiendo la curva, es infinito. Aplicando la transformación desde el sistema de coordenadas polares:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta,$$

conduce a la siguiente representación paramétrica en [Coordenadas cartesianas](#):

$$x = a \frac{\cos t}{t}, \quad y = a \frac{\sin t}{t},$$

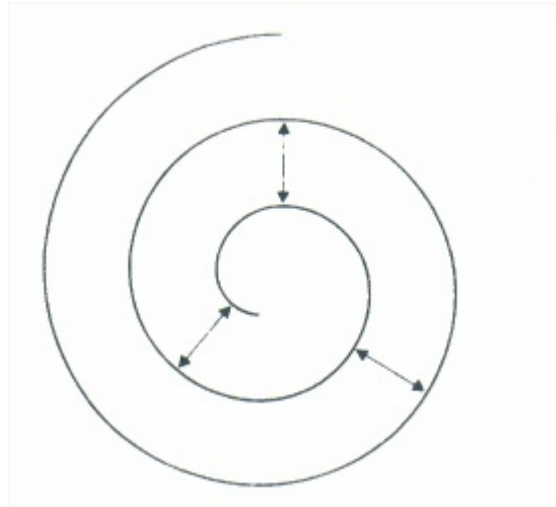
donde el [Parámetro](#)  $t$  es un equivalente de  $\theta$  en las coordenadas polares.

La espiral tiene una [asíntota](#) en  $y = a$ : cuando  $t$  se aproxima a cero, la ordenada se aproxima hacia  $a$ , mientras que la abscisa crece hasta el infinito:

$$\lim_{t \rightarrow 0} x = a \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos t}{t} = \infty,$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} y = a \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = a \cdot 1 = a.$$

# La espiral de Arquímedes



La espiral más simple la podemos encontrar al mirar una cuerda enrollada sobre sí misma. Es muy fácil reconocerla: la anchura de sus espiras es siempre la misma. Por eso se la conoce con el nombre de espiral uniforme.

La naturaleza no es muy pródiga a la hora de mostrarnos este tipo de espiral, aunque la podemos reconocer en esta serpiente enrollada o en la trompa de una mariposa. No es extraño esta extraña lengua se llame espiritrompa.

El hecho de que sea la espiral más sencilla de construir hace que aparezca como motivo ornamental desde las épocas más remotas. La encontramos ya en túmulos mortuorios de la edad del bronce y en vasijas griegas y etruscas....

La encontramos, en la cerámica popular, como motivo decorativo de muchos platos. Esto no es tan extraño si pensamos la extrema facilidad con la que se puede dibujar sobre el torno del alfarero. Basta con ir desplazando el pincel en una dirección determinada, desde el centro hacia el borde, con una velocidad constante.



Se la conoce entre los matemáticos como **Espirale de Arquímedes**, ya que fue este notable físico y matemático griego el primero que, fascinado por su belleza, realizó un estudio profundo sobre las propiedades matemáticas de esta curva...en el siglo III antes de Cristo en un escrito titulado **Sobre las espirales**.

Matemáticamente la espiral de Arquímedes se define como el lugar geométrico de un punto del plano que partiendo del extremo de una semirrecta se mueve uniformemente sobre ella, mientras que la semirrecta gira también uniformemente sobre uno de sus extremos.

En palabras del propio Arquímedes:

*" Imaginaos una línea que gira con velocidad constante alrededor de un extremo, manteniéndose siempre en un mismo plano, y un punto que se mueve a lo largo de la línea con velocidad lineal constante: ese punto describirá una espiral"*

Es decir, es una curva mecánica. Para definirla necesitamos recurrir al movimiento. Es de hecho la primera curva mecánica de la historia.

Su ecuación en coordenadas polares es  $r = a\theta$  donde  $r$  es la distancia al origen, a una constante y  $\theta$  es el ángulo girado.

**¡¡ Eureka !!. ¡¡ Dadme un punto de apoyo y moveré el mundo !!.** Su famoso principio sobre los cuerpos sumergidos en un líquido: **"Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje hacia arriba igual al peso del fluido desalojado".**

Son frases de Arquímedes y decididamente sus frases han pasado a la historia.

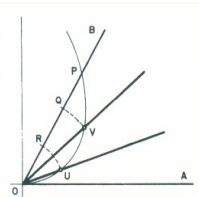


La historia de su muerte a manos de un soldado romano en la toma de su ciudad natal, Siracusa, por la flota de Marcelo y la frase que calmadamente le dirigió justo antes de ser atravesado por su espada mientras dibujaba en la arena. ¿Quizás una de sus espirales?, **"no molestes a mis círculos"** hacen de Arquímedes uno de los sabios más populares de la historia.

Arquímedes se interesó por esta espiral al intentar resolver un problema clásico: la trisección de un ángulo, utilizando solamente regla y compás. . Aunque hoy sabemos que es un problema irresoluble utilizando sólo una regla y un compás, Arquímedes encontró una forma de dividir un ángulo en tres partes iguales utilizando la espiral uniforme.

Basta hacer coincidir el vértice del ángulo con el origen de la espiral, dividir el segmento que va desde el origen al punto de corte de la espiral con el segundo lado del ángulo en tres partes iguales y trazar por esos puntos arcos de circunferencia hasta que corten a la espiral.

Si unimos el origen con esos puntos de corte tendremos los tres ángulos que dividen al original en tres partes iguales. Por desgracia para las matemáticas la espiral uniforme no se puede dibujar con regla y compás.



Menos conocidos, pero más sorprendentes para los matemáticos, son sus resultados sobre la espiral uniforme, recogidos en su libro "Sobre las espirales", en el que entre sus 28 proposiciones varias se refieren a las áreas de las espirales. Resultados tan complejos como estos:

**"El área barrida por el radio de la espiral en su primera revolución es la tercera parte del área del círculo cuyo radio es el radio final de esta revolución..."**

**"El área barrida por el radio en la segunda vuelta es 6 veces el área de la primera vuelta".**

**"El área barrida en la segunda revolución está en razón 7/12 con el círculo cuyo radio es la posición final del radio vector"**

Arquímedes va mucho más allá y demuestra que las áreas de los sucesivos anillos vienen dadas por esta fórmula

$$R_{n+1} = \frac{n}{n-1} R_n$$

donde  $R_n$  es el área barrida en la vuelta  $n$ .

Nos reconforta pensar que al igual que cada barco que cruza los mares rinde un homenaje a Arquímedes el físico por su principio, que cada vez que utilizamos una barra rígida para levantar un gran peso le damos las gracias por sus leyes de la palanca, cada vez que un niño hace un rollo de plastelina y lo envuelve sobre sí mismo y lo hace girar está realizando un sencillo pero a la vez hermoso homenaje a Arquímedes el matemático.

## Espirales en la historia de las Matemáticas

*"Había más imaginación en la cabeza de Arquímedes que en la de Homero"*

Voltaire

---

Uno de los objetivos fundamentales de las Matemáticas a lo largo de la historia ha sido y continúa siendo interpretar el mundo que nos rodea. Decía Galileo:

*" El Universo es un libro escrito en el lenguaje de las matemáticas, siendo sus caracteres triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible comprender una sola palabra; sin ellos sólo se conseguirá vagar por un oscuro laberinto"*

Mucho antes de que Galileo Galilei expresara de manera tan rotunda una de las funciones de las matemáticas, muchos sabios se habían puesto a la tarea de explicar los fenómenos naturales bajo la luz de la razón, con la poderosa herramienta de las matemáticas.

Y ante las innumerables manifestaciones naturales de las espirales, tanto de carácter orgánico como mecánico, estas curvas no podía dejar de llamar la atención de los matemáticos y ser objeto de su investigación. Sin embargo, como su propia forma sugiere son curvas esquivas. No son curvas geométricas estáticas como la circunferencia, las cónicas o las lúnulas. Para construirlas se necesitan recursos mecánicos, algo que crece o que se mueve.

Pero, ¿qué es una espiral? La definición "matemática" sería esta:

*"son curvas planas que comienzan en un punto y cuya curvatura va disminuyendo progresivamente a medida que aumenta su radio de curvatura."*

Si esta definición la ampliamos al espacio obtendremos unas curvas espaciales parientes de las espirales, las hélices cónicas.

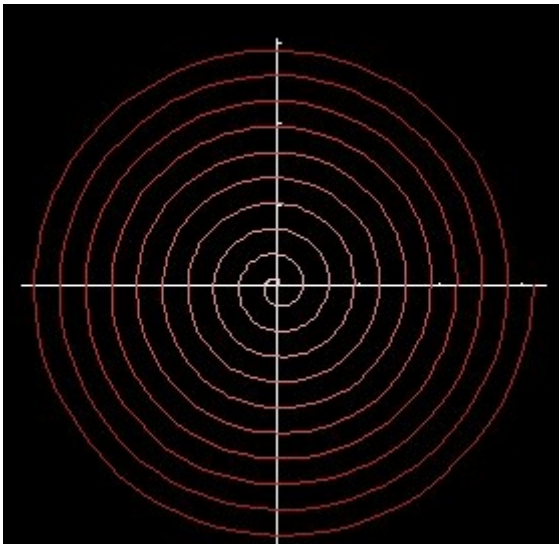
La forma en se produzca ese cambio de curvatura y ese incremento del radio de curvatura nos colocará ante diferentes tipos de espirales. En el fondo dos son los parámetros que van a definir una espiral su radio en cada punto, la distancia al origen, y el ángulo girado hasta llegar a ese punto.

La historia de las espirales dentro del mundo matemático ha sido, paradójicamente una historia a saltos.

## La espiral uniforme o de Arquímedes

El primer paso de su estudio se remonta al siglo III a. de C. y su protagonista es el genial Arquímedes. Con métodos que se adelantan en varios milenios a sus contemporáneos realiza el primer estudio intensivo sobre la espiral más simple: la espiral uniforme.

La dificultad de construirla de manera exacta, junto al hecho de no poder construirse con regla y compás hizo que los sabios griegos no le dedicasen toda la atención que se merecen. Aunque como en todo hay sus excepciones. Estas excepciones las constituyen **Conón de Samos** y sobre todo **Arquímedes de Siracusa (287-212 a. C.)**



Sin duda, al menos desde un punto de vista matemático, la más simple es aquella en que el radio varía de forma proporcional al ángulo girado. Y a esta es a la que dedicó su atención Arquímedes, a la espiral uniforme, que desde entonces lleva su nombre. La espiral arquimediana.

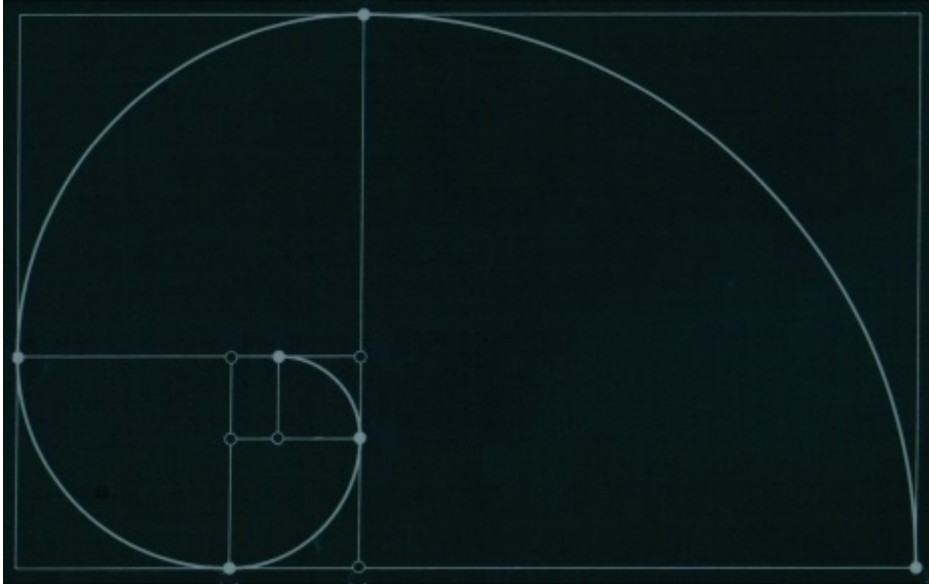
De Arquímedes se conocen dos libros sobre la geometría plana, uno dedicado a la circunferencia, *De la medida del círculo*, donde nos proporciona el salto a la fama del número pi y una de sus aproximaciones más usadas hasta nuestros días; y otro dedicado a la espiral uniforme, *De las espirales*. Un libro complicado y de lectura difícil, donde Arquímedes hace un profundo estudio exhaustivo de la espiral uniforme.

En él demuestra las propiedades de las áreas de las diferentes espiras, utiliza la espiral para calcular la longitud de un arco de circunferencia, para cuadrar el círculo y para dividir un ángulo en tres partes iguales. Una curva que le permitió atacar dos de los tres problemas clásicos: la cuadratura del círculo y la trisección del

ángulo. Por desgracia para Arquímedes, los griegos exigían la resolución utilizando sólo regla y compás... y su curva, la espiral uniforme no se puede construir sólo con esos instrumentos.

---

## Las espirales de Durero



Hay que esperar más de 18 siglos para que, esta vez un artista con grandes dotes matemáticas, Alberto Durero, en 1525, nos proporcione los métodos para dibujar otro tipo más complejo de espirales, las espirales basadas en el crecimiento gnómico, es decir, las que se obtienen la encajar de forma recurrente, figuras geométricas semejantes y unir sus vértices. especial atención le van a merecer las espirales relacionadas con la sucesión de Fibonacci y con el número áureo.

A pesar de su gran amor por las matemáticas, como muestra en su cuadro [Melancolía](#), plagado de metáforas matemáticas, Durero es fundamentalmente un pintor. Por eso su obra *Instrucción sobre la medida con regla y compás de figuras planas*, no realiza un estudio teórico de las espirales y se limita a dar preceptos para su construcción.

La influencia del mudo helénico, de la que Durero está impregnado, le impone una nueva restricción: la utilización exclusiva de la regla y el compás. Por ello, se va a limitar a investigar la representación aproximada de la espiral no uniforme mediante arcos de circunferencias.

---

## La espiral logarítmica o de Bernoulli

Pero es más de un siglo más tarde, con la aparición y el desarrollo del cálculo diferencial e integral de Newton y Leibniz, cuando el estudio de las curvas va a alcanzar su momento de gloria. Y dentro de estas curvas una muy especial y al mismo tiempo muy habitual en la naturaleza: la espiral equiangular, logarítmica o geométrica.

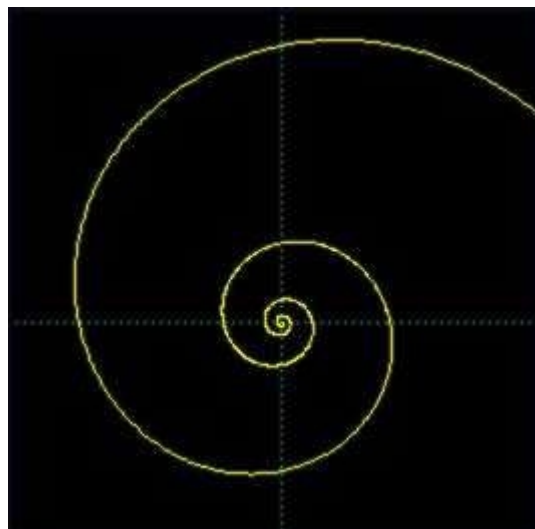
Aunque Descartes y Torricelli habían iniciado su estudio, les faltaba la potente herramienta del cálculo para poder rematarlo. Este honor la va corresponder a Jacob Bernoulli en los albores del siglo XVIII.

René Descartes(1596-1648), un año después de la publicación de *La Géométrie*, se va encontrar con la curva mecánica que responde al problema planteado por Galileo sobre la trayectoria de caída de un cuerpo a través de una tierra en rotación. Esta trayectoria le llevó a Descartes hasta la espiral equiangular o logarítmica.

Su ecuación es de la forma  $r = ae^{b\theta}$  donde a y b son constantes y e es el número  $e = 2,71828182\dots$ , r el radio de posición de un punto y theta el ángulo girado.

Es decir, el radio de posición en un punto no depende de forma lineal, uniformemente, del ángulo girado. Su dependencia es exponencial. Según vayamos girando alrededor del origen la curva se va ir alejando del origen de forma cada vez más rápida.

Fue Torricelli, utilizando métodos semejantes a Arquímedes, quien primero logró calcular su longitud.





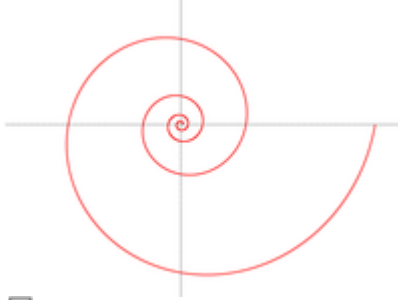
Pero, sin duda, al matemático al que cautivó el estudio de esta espiral fue a Jacob Bernoulli (1654-1705) , que la bautizó con el nombre de *Spira Mirabilis*, espiral maravillosa, título de su obra dedicada a esta espiral.


---

## Espiral logarítmica


De Wikipedia, la enciclopedia libre

Saltar a [navegación](#), [búsqueda](#)




 Espiral logarítmica (grado  $10^\circ$ ).



 Corte de la concha de un nautilus donde se aprecian las cámaras formando aproximadamente una espiral logarítmica.



 Una borrasca sobre Islandia. El patrón que sigue es aproximadamente el de una espiral logarítmica.

Una **espiral logarítmica**, **espiral equiangular** o **espiral de crecimiento** es una clase de [curva espiral](#) que aparece frecuentemente en la naturaleza. Fue descrita por primera vez por [Descartes](#) y posteriormente investigada por [Jakob Bernoulli](#), quien la llamó *Spira mirabilis*, "la espiral maravillosa", y quiso una grabada en su lápida. Por desgracia, se grabó en su lugar una [espiral de Arquímedes](#).

## Tabla de contenidos

[[ocultar](#)]

- [1 Definición](#)
- [2 Propiedades](#)
- [3 Espirales logarítmicas en la naturaleza](#)
- [4 Véase también](#)

## **Definición** [[editar](#)]

En [coordenadas polares](#)  $(r, \theta)$  la curva puede escribirse como

$$r = ab^\theta \text{ o } \theta = \log_b(r/a), \text{ de aquí el nombre "[logarítmica](#)"}$$

y en forma paramétrica como

$$\begin{aligned}x(\theta) &= ab^\theta \cos(\theta) \\y(\theta) &= ab^\theta \sin(\theta)\end{aligned}$$

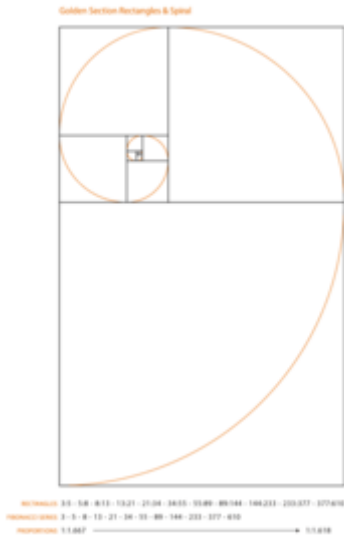
con [números reales](#) positivos  $a$  y  $b$ .  $a$  es un factor de escala que determina el tamaño de la espiral, mientras  $b$  controla cuan fuerte y en que dirección está enrollada. Para  $b > 1$  la espiral se expande con un incremento  $\theta$ , y para  $b < 1$  se contrae.

En términos de geometría diferencial la espiral puede definirse como una curva  $c(t)$  con un ángulo constante  $\alpha$  entre el radio y el vector tangente

$$\arccos \frac{\langle \mathbf{c}(t), \mathbf{c}'(t) \rangle}{\|\mathbf{c}(t)\| \|\mathbf{c}'(t)\|} = \alpha$$

Si  $\alpha = 0$  la espiral logarítmica degenera en una línea [recta](#). Si  $\alpha = \pm \pi / 2$  la espiral logarítmica degenera en un [círculo](#).

## **Propiedades** [[editar](#)]



Espirale construida utilizando rectángulos con la proporción áurea. Resulta una aproximación a la espiral logarítmica.

La espiral logarítmica se distingue de la [espiral de Arquímedes](#) por el hecho de que las distancias entre su brazos se incrementan en [progresión geométrica](#), mientras que en una espiral de Arquímedes estas distancias son constantes.

Cualquier línea recta al origen cortará a la espiral logarítmica en el mismo ángulo  $\alpha$ , que puede calcularse (en [radianes](#)) como  $\arctan(1/\ln(b))$ . El *grado* de la espiral es el ángulo (constante) que la espiral hace con circunferencias centradas en el origen. Puede calcularse como  $\arctan(\ln(b))$ . Una espiral logarítmica de grado 0 ( $b = 1$ ) es un círculo; el caso límite es una espiral logarítmica de grado 90 ( $b = 0$  or  $b = \infty$ ) es una línea recta desde el origen.

Comenzando en un punto  $P$  y moviéndose hacia dentro a lo largo de la espiral, hay que rodear el origen infinitas veces antes de alcanzarlo; sin embargo, la distancia total de este camino es finita. El primero en darse cuenta de esto fue [Torricelli](#) incluso antes de que se inventara el [cálculo](#). La distancia total cubierta es  $r/\cos(\alpha)$ , donde  $r$  es la distancia en línea recta desde  $P$  al origen.

Se pueden construir espirales logarítmicas de grado 17,03239 utilizando los [números de Fibonacci](#) o la [proporción áurea](#).

## Espirales logarítmicas en la naturaleza [\[editar\]](#)

El halcón se aproxima a su presa según una espiral logarítmica: su mejor visión está en ángulo con su dirección de vuelo; este ángulo es el mismo del grado de la espiral.

Los insectos se aproximan a la luz según una espiral logarítmica porque acostumbran a volar con un ángulo constante a la fuente luminosa. Normalmente el Sol es la única fuente de luz y volar de esta forma consiste prácticamente en seguir una línea recta.

Los brazos de las [galaxias espirales](#) son aproximadamente espirales logarítmicas. Nuestra propia galaxia, la [Vía Láctea](#), se cree que tiene cuatro brazos espirales mayores, cada uno de los cuales es una espiral logarítmica de unos 12 grados.

Los brazos de los [ciclones tropicales](#), como los huracanes, también forman espirales logarítmicas.

En [biología](#) son frecuentes las estructuras aproximadamente iguales a la espiral logarítmica. Por ejemplo, las telas de [araña](#) y las conchas de [molusco](#). La razón es la siguiente: comienza con una figura irregular  $F_0$ . Aumenta  $F_0$  en un cierto factor para obtener  $F_1$ , y pon  $F_1$  junto a  $F_0$ , de forma que se toquen dos lados. Ahora aumenta  $F_1$  en el mismo factor para obtener  $F_2$ , y ponlo junto a  $F_1$  como antes. Repitiendo este proceso se produce aproximadamente una espiral logarítmica cuyo grado está determinado por el factor de expansión y el ángulo con que las figuras son puesta una al lado de otra.

En mecánica de suelos, la superficie de falla es el lugar geométrico de los puntos en donde el suelo "se rompe" y permite un deslizamiento, al estar sometido a una cierta carga mayor a la que puede soportar. Estas superficies de falla, en muchos casos son iguales o aproximables a una espiral logarítmica.

```
function dibujaEspiralArquimedes(a) {  
  init();  
  for (i=0;i<=10*Math.PI; i += diferencial) {  
    r = a*(i)  
    x = r*Math.cos(i);  
    y = r*Math.sin(i);  
    dibujaPunto(x,y, "");  
  }  
}
```

v velocidad del punto en la línea.

W velocidad angular de la línea sobre la que se apoya.

$$r = \frac{v}{w}\theta$$



Dice **ARQUÍMEDES** :..... "Si una línea recta que permanece fija en un extremo, se le hace girar en el plano con velocidad cte, hasta hacerla volver de nuevo a la posición de la que ha partido, y junto con la recta que gira, se mueve un punto sobre la recta con velocidad cte comenzando por el extremo fijo, el punto describe en el plano una espiral".....

---

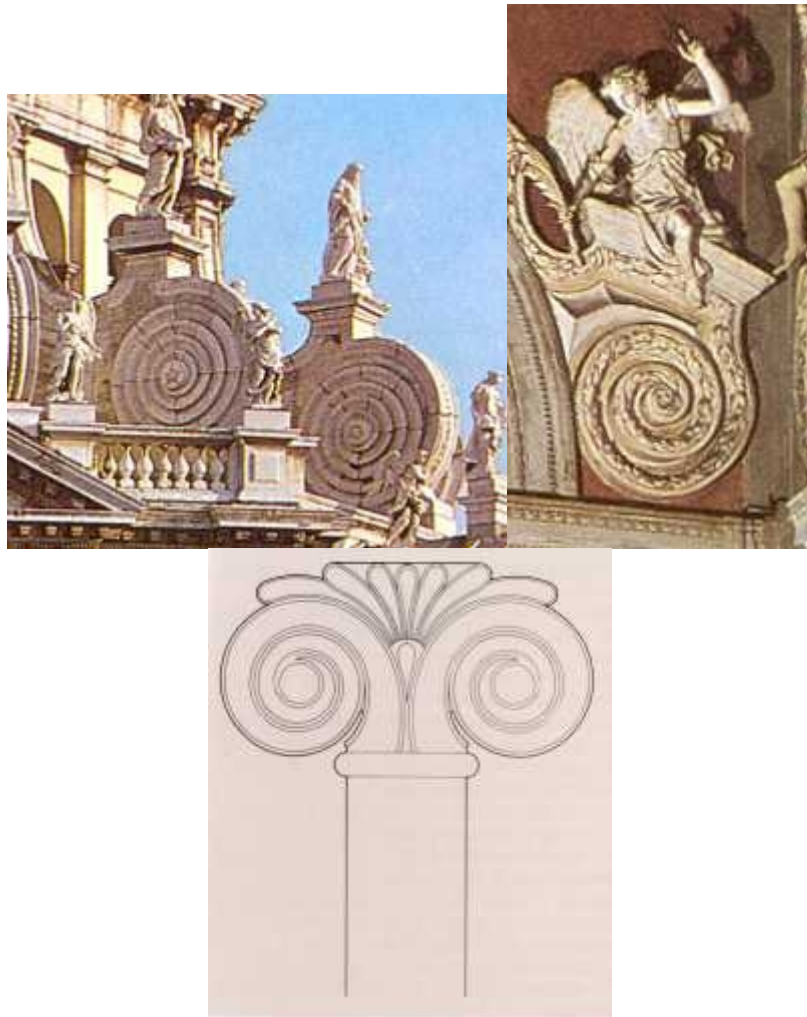
Un ejemplo de esta espiral lo encontramos al enrollar una cuerda sobre si misma o también en la espiritrompa de una mariposa. Como es muy sencilla de construir aparece mucho en la cerámica popular.

Fue Arquímedes, físico y matemático griego, quien fascinado por su belleza realizó un estudio profundo sobre las propiedades de esta curva, en el siglo III antes de C. en un escrito titulado " de las espirales".

La característica de la espiral de **Arquímedes** es que entre dos espiras, la distancia es la misma, la expansión y la rotación tienen lugar a la misma velocidad, el vínculo entre ellas es lineal.

Su ecuación expresada en coordenadas polares es ----->  $r = a \cdot \theta$

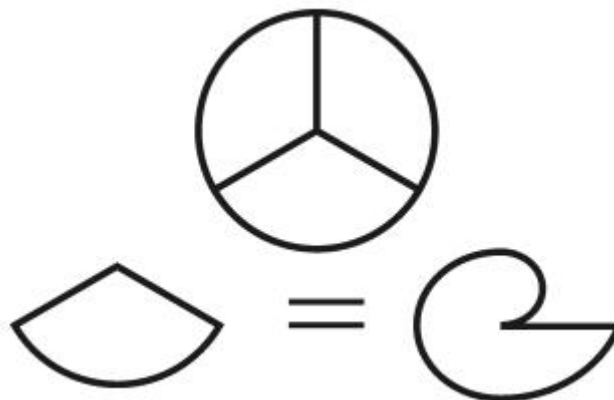
Algunos ejemplos de espirales uniformes, los encontramos en el arte barroco y en los capiteles jónicos...



---

Hay una propiedad interesante que observó **Arquímedes** y que dice lo siguiente:

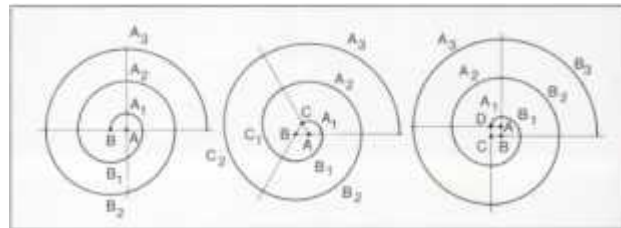
**"El área de la espiral en su primera vuelta es igual a la tercera parte del área del círculo que la envuelve"**



---

## CENTROS

## CONSTRUCCIÓN DE ESPIRALES DE 2 , 3 Y 4



---

Si queremos ver distintas presentaciones de esta espiral, hay una página web muy interesante, que permite cambiar los parámetros de la misma, y observar las distintas espirales resultantes, está realizado en Java; pulsando [aquí](#) se verá....

---

La ecuación genérica de la espiral de Arquímedes en coordenadas polares es:

$$r = a\theta$$

[Dibuja la curva.](#)

En la página <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Curves/Curves.html> encontrarás todo sobre las curvas.

[http://personal-de-jall.webcindario.com/math/curvas\\_espiral\\_arquimedes.php](http://personal-de-jall.webcindario.com/math/curvas_espiral_arquimedes.php)

**Espiral de Cornu (clotoide)**

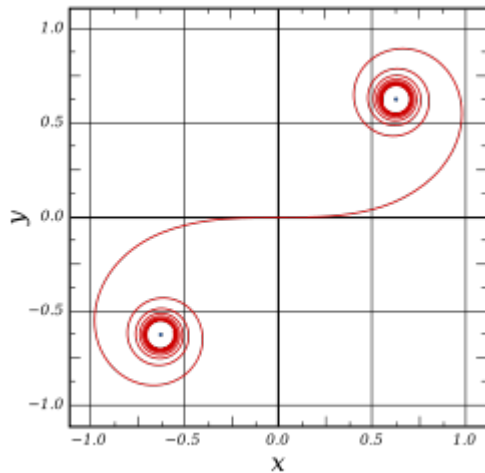
$$\begin{cases} x = \int_0^t \cos \frac{s^2}{2\alpha} ds \\ y = \int_0^t \operatorname{sen} \frac{s^2}{2\alpha} ds \end{cases}$$

- Curva que describe un móvil a velocidad constante cuando la curvatura de su trayectoria varía linealmente. Por ello se la utiliza para el trazado de vías de comunicación.
- [Curvas en la historia](#), pp.127, 250.
- [La recherche: Turner, vite et bien](#).

## Clotoide

### De Wikipedia, la enciclopedia libre

Saltar a [navegación](#), [búsqueda](#)



**Espiral de Cornu** o **clotoide**  $(x,y)=(C(t), S(t))$ . La espiral converge al centro de los dos remolinos extremos de la imagen, a medida que  $t$  tiende a más infinito y menos infinito.

La **clotoide**, también denominada **radioide de arcos** o **espiral de Cornú** en honor de [Marie Alfred Cornu](#), es una curva tangente al eje de las abscisas en el origen y cuyo radio de curvatura disminuye de manera inversamente proporcional a la distancia recorrida sobre ella. Es por ello que en el punto origen de la curva, el radio es infinito.

La expresión matemática usual es:

$$\rho \cdot s = C$$

siendo

- $\rho$  el radio de curvatura
- $s$  el desarrollo o arco
- $C$  la constante de la espiral



## Parametrización [\[editar\]](#)

La **espiral de Cornu**, también conocida como **clotoide**, es la curva cuyas ecuaciones paramétricas vienen dadas por  $S(t)$  y  $C(t)$ . Puesto que:

$$C'(t)^2 + S'(t)^2 = \sin^2(t^2) + \cos^2(t^2) = 1$$

en esta parametrización el [vector tangente](#) tiene [longitud unidad](#) y  $t$  es la [longitud de arco](#) medida a partir de  $(0,0)$  (e incluyendo signo), de lo que se deduce que la curva tiene longitud [infinita](#).

La web del Ministerio de Educación, Política Social y Deportes dedicada a la formación expone gran cantidad de información relativa a las espirales , entre la que destaca: [http://www.formacion.pntic.mec.es/web\\_espisal/](http://www.formacion.pntic.mec.es/web_espisal/)

La revista SIGMA en su número 21 hace un análisis de la construcción de espirales con Cabri.