

EJERCICIOS DE REPASO PARA PREPARAR EL EXAMEN DE SEPTIEMBRE 2007 DE MATEMÁTICAS B PARA LOS CURSOS 4º ESO A Y 4º ESO B

1) Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales e irracionales, indicando siempre el conjunto más pequeño al que pertenecen:

$$-3 \quad 2,7 \quad 3/7 \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{7} \quad \sqrt[3]{9} \quad \frac{\pi}{-4} \quad 1,020020002\dots$$

2) Efectúa las siguientes operaciones y simplifica al máximo:

$$\text{a) } \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^2} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}} \quad \text{c) } \sqrt{147} - 2\sqrt{243} + \frac{3}{7}\sqrt{135} \quad \text{d) } \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

3) Consideramos el polinomio $P(X) = x^3 - 7x + 6$

- a) Halla el cociente y el resto de la división $P(x) : (x+2)$
- b) ¿Cuánto vale $P(-2)$? ¿Por qué?
- c) Descompón en factores dicho polinomio.
- d) ¿Cuáles son sus raíces?

e) Simplifica $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \cdot \frac{(x + 2)^2}{x^2 + 2x + 1}$

4) **A)** En un triángulo rectángulo la hipotenusa AC mide 10 cm y $\text{sen } A = 0,2051$. ¿Cuánto miden los dos catetos? ¿Y los ángulos agudos? Describe todos los cálculos que realices y da la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos.

B) Un árbol está situado en la orilla de un río. Un observador ubicado en la orilla opuesta y frente al árbol, ve la copa con un ángulo de 40° . Si se aleja del árbol 20 m en dirección perpendicular a la orilla, ve la copa con un ángulo de 20° . Calcula la anchura del río y la altura del árbol. Haz un dibujo representativo.

5) Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales e irracionales, indicando siempre el conjunto más pequeño al que pertenecen:

$$-2 \quad 4,72\bar{1} \quad 21/5 \quad \sqrt{144} \quad \sqrt{11} \quad \sqrt[5]{3} \quad \frac{-\pi}{2} \quad 9,010020003\dots$$

6) Efectúa las siguientes operaciones y simplifica al máximo:

$$\text{a) } \sqrt[13]{z^4} \cdot \sqrt[7]{z^9} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[4]{13^9}}{\sqrt{13^{11}}} \quad \text{c) } \frac{1}{3}\sqrt{12} + 6\sqrt{75} - \frac{8}{3}\sqrt{3} - \frac{12}{7}\sqrt{27}$$

$$\text{d) } \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

7) Consideramos el polinomio $P(X) = x^4 - 5x^2 + 4$

- a) Halla el cociente y el resto de la división $P(x) : (x+3)$

- b) ¿Cuánto vale $P(-3)$? ¿Por qué?
 c) Descompón en factores dicho polinomio.
 d) ¿Cuáles son sus raíces?

e) Simplifica $\frac{x^2 - 16}{x - 5} \cdot \frac{x - 4}{x^2 - 8x + 16}$

8) A) Calcula la altura de un eucalipto, sabiendo que desde un punto determinado lo vemos bajo un ángulo de 30 grados y si nos acercamos en horizontal 12 metros, lo observamos bajo un ángulo de 60 grados. Haz un dibujo representativo.

B) ¿Qué ángulo formarán los rayos del sol con el plano horizontal cuando la sombra de un edificio de 15 metros de altura sea de 12 metros? Expresa el ángulo en grados, minutos y segundos. Haz un dibujo representativo.

9) Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales e irracionales, indicando siempre el conjunto más pequeño al que pertenecen:

-7 $3,8\hat{1}$ $19/5$ $\sqrt{81}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt[3]{11}$ $\frac{\pi}{-2}$ $1,030030003\dots$

10) Efectúa las siguientes operaciones y simplifica al máximo:

a) $\sqrt[7]{y^8} \cdot \sqrt[3]{y^{25}}$ b) $\frac{\sqrt[5]{11^3}}{\sqrt{11^7}}$ c) $\frac{2}{9}\sqrt{12} + \frac{13}{7}\sqrt{75} - \frac{7}{2}\sqrt{3} - \frac{4}{7}\sqrt{27}$
 d) $\frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5} - \sqrt{7}}$

11) Consideramos el polinomio $P(X) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x$

- a) Halla el cociente y el resto de la división $P(x) : (x+4)$
 b) ¿Cuánto vale $P(-4)$? ¿Por qué?
 c) Descompón en factores dicho polinomio.
 d) ¿Cuáles son sus raíces?

e) Simplifica $\frac{x^2 - 9}{x + 1} \cdot \frac{(x + 1)^3}{x^2 + 6x + 9}$

12) A) Desde el barco “Humanes de Madrid” se observa el vuelo de un cormorán moñudo bajo un ángulo de elevación de 30 grados. Desde el barco “Humanes de Mohernando” situado a 350 metros del primer barco citado, se observa al cormorán moñudo bajo un ángulo de 50 grados. ¿A qué altura vuela el cormorán? Haz un dibujo representativo.

B) ¿Qué ángulo formarán los rayos del sol con el plano horizontal cuando la sombra de un edificio de 20 metros de altura sea de 21,45 metros? Expresa el ángulo en grados, minutos y segundos. Haz un dibujo representativo.

13) Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales e irracionales, indicando siempre el conjunto más pequeño al que pertenecen:

-5 $2,7\hat{1}$ $17/7$ $\sqrt{16}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt[3]{9}$ $\frac{\pi}{-19}$ $1,030030003\dots$

14) Efectúa las siguientes operaciones y simplifica al máximo:

$$\text{a) } \sqrt[7]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^5} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[6]{5^9}}{\sqrt{5}} \quad \text{c) } \sqrt{147} - \frac{13}{7}\sqrt{243} + \frac{3}{5}\sqrt{135} \quad \text{d) } \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

15) Consideramos el polinomio $P(X) = x^4 + 6x^3 - x^2 - 6x$

- a) Halla el cociente y el resto de la división $P(x) : (x-6)$
- b) ¿Cuánto vale $P(6)$? ¿Por qué?
- c) Descompón en factores dicho polinomio.
- d) ¿Cuáles son sus raíces?

e) Simplifica $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \cdot \frac{(x + 2)^2}{x^2 - 2x + 1}$

16) **A)** Desde el tejado de un edificio de 150 m de altura se divisa el tejado de otro edificio cercano bajo un ángulo de 45° . La distancia entre ambos en línea recta es de 0,21 km. Calcula la altura del otro edificio. Haz un dibujo representativo.

B) Desde un determinado punto se ve una antena de comunicaciones bajo un ángulo de 30° . Al alejarse hasta alcanzar el doble de la distancia anterior (siempre con respecto al pie de la torre), ¿bajo qué ángulo se verá la antena? Haz un dibujo representativo.

17) Resuelve: $2\sqrt{2x+3} + 12 = 2x$

18) Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} 5x - y - 2 = 0 \\ x^2 + 3x = y + 1 \end{cases}$$

19) Resuelve: $-x^2 + x \geq 72$

20) **A)** Los lados de un triángulo miden 8, 10 y 12 cm. Halla las longitudes de los lados de otro triángulo semejante a éste sabiendo que su área es 1024 veces mayor. Da también el valor exacto de k .

B) En un triángulo rectángulo ABC, la hipotenusa a mide 35 cm y uno de sus catetos c mide 11 cm. Calcula el lado b y la altura sobre la hipotenusa. Haz un dibujo representativo de la situación.

21) **A)** Halla el valor de m para que los puntos A (2, -1), B (8, 2) y C (m, 1) estén alineados.

B) Estudia la posición relativa de las rectas r y s :
 $r: 2x - 3y + 5 = 0$, y $s: 2x + 3y - 1 = 0$

22) Da la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(-4, 5) y B(2, -1).

23) **A)** Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A (5, -2) y es paralela a la recta

$$s: x + 4y - 3 = 0.$$

- B)** Di el centro y el radio de las circunferencias: a) $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$
b) $(x + 2)^2 + y^2 = 1$

24) Resuelve: $2\sqrt{8x + 12} - 4x = -24$

25) Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} 10y - 2x = 4 \\ y^2 + 3y - 1 = x \end{cases}$$

26) Resuelve: $-3x^2 - 216 \geq -3x$

- 27) A)** Los lados de un triángulo miden 8, 10 y 12 cm. Halla las longitudes de los lados de otro triángulo semejante a éste sabiendo que el área del primero es 4096 veces mayor que la del triángulo semejante desconocido. Da también el valor exacto de k .

- B)** En un triángulo rectángulo ABC, la hipotenusa a mide 35 cm y uno de sus catetos c mide 11 cm. Calcula el lado b y la altura sobre la hipotenusa. Haz un dibujo representativo de la situación.

- 28) A)** Halla el valor de m para que los puntos A (2, -1), B (m, 2) y C (6, 1) estén alineados.

- B)** Estudia la posición relativa de las rectas r y s :
 $r: 4x - 6y + 10 = 0$, y $s: 4x + 6y - 2 = 0$

- 29)** Da la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(-4, 5) y B(2, -1).

- 30) A)** Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A (5, -2) y es paralela a la recta $s: x + 4y = 3$.

- B)** Di el centro y el radio de las circunferencias: a) $(x + 5)^2 + (y - 5)^2 = 169$
b) $(x + 2)^2 + y^2 = \sqrt{7}$

31) Resuelve: $\sqrt{3x + 5} + 1 = x - 2$

32) Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} \frac{3}{y} + \frac{3}{z} = 3 - \frac{3}{zy} \\ 2zy = 12 \end{cases}$$

33) Resuelve la inecuación: $\frac{8x + 20}{3} \geq \frac{(-12x - 12)}{12}$

34) A) El perímetro de un triángulo isósceles es 64 metros y el lado desigual mide 14 metros. Calcula el área de un triángulo semejante cuyo perímetro es de 96 metros. Da también el valor exacto de k .

B) En un triángulo rectángulo ABC, el cateto AB mide 3,2 y la hipotenusa AC mide 4,8. Calcula la longitud de la altura trazada sobre la hipotenusa desde B, es decir, el segmento BH y calcula también la longitud del segmento AH. Haz un dibujo representativo.

35) A) Determina si los puntos están alineados y obtén, si es posible, la ecuación de la recta que pasa por ellos: A (4, -1), B (-21, 2) y C (-3, 1).

B) Estudia la posición relativa de las rectas r y s :
 $r: 2x + 3y = 6$, y $s: x - y - 5 = 0$

36) Da la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A (3, 4) y B (3, 0).

37) A) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A (0, -3) y es paralela a la recta $s: 3x + 2y - 6 = 0$.

B) Di el centro y el radio de las circunferencias: a) $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = \frac{7}{4}$
b) $(x + 7)^2 + y^2 = \sqrt{121}$

38) Resuelve: $2\sqrt{3x + 5} + 2 = 2x - 4$

39) Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{xy} \\ xy = 6 \end{cases}$$

40) Resuelve la inecuación: $\frac{2x + 5}{3} \geq \frac{3(-x - 1)}{12}$

41) A) Los lados mayores de dos triángulos semejantes miden 8 cm y 13,6 cm, respectivamente. Si el área del primero es 26 cm^2 . ¿Cuál es el área del segundo? Da también el valor exacto de k .

B) En un triángulo rectángulo ABC, los catetos AB y BC son desconocidos. Sin embargo, al trazar la altura BH sobre la hipotenusa, ésta divide a la hipotenusa en $AH = 2,1$ y en $HC = 7,8$. Calcula las longitudes de los catetos. Haz un dibujo representativo.

42) A) Determina si los puntos están alineados y obtén, si es posible, la ecuación de la recta que pasa por ellos: A (2, -1), B (8, 2) y C (-3, 1).

B) Estudia la posición relativa de las rectas r y s :
 $r: 2x + 3y = 6$, y $s: x - y - 5 = 0$

43) Da la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A (3, 4) y B (3, 0).

44) A) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A (0, -3) y es paralela a la recta s: $3x + 2y - 6 = 0$.

B) Di el centro y el radio de las circunferencias: a) $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = \frac{3}{4}$

b) $(x + 7)^2 + y^2 = \sqrt{5}$

45) A la vista de las gráficas de las funciones $y = f(x)$ de los ejercicios 41, 44 y 47 de la página 107 del libro, indica: su dominio, si la función es continua, los puntos de discontinuidad, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, sus máximos y mínimos relativos y absolutos, si la función es periódica y señala si tiene asíntotas verticales y horizontales.

46) Realiza los ejercicios 13, 14, 15 y 16 de la página 126 del libro.

47) A) En una clase de 35 alumn@s se quiere elegir un comité para las jornadas culturales formado por 3 alumn@s. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?

B) ¿De cuántas formas posibles puede acabar un concurso de gimnasia rítmica si participan 20 gimnastas?

48) En una urna hay 11 bolas de colores: 7 rojas y 4 azules. Se extraen dos bolas. Halla la probabilidad de que sean de distinto color en las siguientes situaciones:

A) Con devolución a la urna.

B) Sin devolución.

49) Dibuja la función exponencial $y = 1,5^x$ y la función $y = \log_{1,5} x$. Explica qué ocurre con sus gráficas y por qué. Comprueba además si los puntos siguientes pertenecen a la gráfica $y = \log_{1,5} x$:

(1,0) (0,4) (-21,-1,5) $(3,375, \frac{3}{2})$

50) Como sabrás, cuando atraviesas una población en un vehículo, la velocidad límite es de 50 km/h. En un control de velocidad a la entrada de uno de estos pueblos se han encontrado los siguientes resultados de una muestra de 100 vehículos:

VELOCIDAD EN KM/H	NÚMERO DE VEHÍCULOS
[20, 50)	40
[50, 60)	20
[60, 70)	30
[70, 100)	10

a) Construye la tabla completa de frecuencias. ¿Qué % representan los coches que circulan entre 60 y 70 km/h?

b) Representa los datos gráficamente en un histograma. ¿Cuál es la moda?

c) ¿Cuál ha sido la velocidad media? Calcula la desviación típica. Interpreta la dispersión de los datos.

d) Calcula el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$, ¿qué porcentaje de datos hay en él?

e) Calcula Q_1 , Q_2 y Q_3 e interpreta brevemente estos valores. Calcula la velocidad tope que no sobrepasa el 87% de los vehículos.

51) Se ha medido el tiempo medio tardado en recorrer el trayecto Madrid-Humanes en dos medios de transporte diferentes. En coche la media es de 39 minutos y la desviación típica de 7 minutos. En tren de cercanías la media es de 31 minutos con una desviación típica de 8 minutos. ¿Qué medio de transporte elegirías para no llegar tarde con más seguridad? Justifica tu respuesta.

52) Determina el dominio de las siguientes funciones:

$$y = \sqrt{-2x^2 + 2x + 12}; \quad y = \frac{-5x}{x^2 - 16}; \quad y = \sqrt{-3x + 11}$$

53) Efectúa las siguientes operaciones y simplifica al máximo:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt[13]{z^4} \cdot \sqrt[7]{z^9} & \text{b)} & \frac{\sqrt[4]{13^9}}{\sqrt{13^{11}}} & \text{c)} & \frac{1}{3}\sqrt{12} + 6\sqrt{75} - \frac{8}{3}\sqrt{3} - \frac{12}{7}\sqrt{27} \\ \text{d)} & \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5} + \sqrt{7}} \end{aligned}$$

54) Consideramos el polinomio $P(X) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x$

- a) Halla el cociente y el resto de la división $P(x) : (x+4)$
- b) ¿Cuánto vale $P(-4)$? ¿Por qué?
- c) Descompón en factores dicho polinomio.
- d) ¿Cuáles son sus raíces?

e) Simplifica $\frac{x^2 - 9}{x + 1} \cdot \frac{(x + 1)^3}{x^2 + 6x + 9}$

55) Calcula la altura de un fresno, sabiendo que desde un punto determinado lo vemos bajo un ángulo de 30 grados y si nos acercamos en horizontal 12 metros, lo observamos bajo un ángulo de 60 grados. Haz un dibujo representativo.

56) Desde un barco pesquero se observa el vuelo de un alcatraz bajo un ángulo de elevación de 30 grados. Desde otro barco, alquilado por un grupo de ornitólogos, situado a 350 metros del primer barco citado, se observa al alcatraz bajo un ángulo de 50 grados. ¿A qué altura vuela el alcatraz? Haz un dibujo representativo.

57) A) Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} - x = 1 \\ \frac{x-y}{2} + x^2 = 0 \end{cases}$$

B) Resuelve la inecuación:
$$\frac{x-1}{2} - \frac{1}{3} \geq x + \frac{3x-x^2}{3}$$

58) Las áreas de dos triángulos isósceles semejantes son 48 metros cuadrados y 108 metros cuadrados. Si el lado desigual del primer triángulo es 12 metros, ¿cuál es el perímetro del segundo?

59) En un triángulo rectángulo ABC, el cateto AB es desconocido, el cateto BC es también desconocido y la hipotenusa AC mide 9,9 metros. Calcula la longitud de la altura trazada sobre la hipotenusa desde B, es decir, BH y la longitud de los dos catetos, sabiendo que AH mide 2,1 metros y HC mide 7,8 metros. Haz un dibujo representativo.

60) **A)** Da la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A (-1, 1) y B (3, 4).

B) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A (4, 0) y es paralela a la recta $s: 2x - 4y + 3 = 0$.

61) **A)** ¿Cuántos números diferentes de 3 cifras todas ellas impares existen?

B) En el Coro del IES Humanes deciden escoger 3 solistas de entre 7 candidatos. ¿Cuántas elecciones diferentes se pueden hacer?

62) Se ha estudiado estadísticamente la talla de los 25 alumn@s de una clase y se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias:

TALLA EN CM	NÚMERO DE ALUMN@S
[140, 150)	2
[150, 160)	8
[160, 170)	12
[170, 180)	3

a) Construye la tabla completa de frecuencias. ¿Qué % representan los alumn@s que miden entre 160 y 170 cm? ¿Qué porcentaje de alumn@s superan los 150 cm?

b) Representa los datos gráficamente en un histograma. ¿Cuál es la moda?

c) ¿Cuál ha sido la estatura media? Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación. Interpreta la dispersión de los datos.

d) Calcula el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$, ¿qué porcentaje de alumn@s hay aproximadamente en él?

e) Calcula Q_1 , Q_2 y Q_3 e interpreta brevemente estos valores. Calcula la talla tope que no sobrepasa el 92% de los alumn@s.

63) En una urna hay 17 bolas de colores: 9 verdes y 8 rojas. Se extraen dos bolas. Halla la probabilidad de que sean de distinto color en las siguientes situaciones:

A) Con devolución a la urna.

B) Sin devolución.

64) Representa la siguiente función a trozos:
$$\begin{cases} -(1-x) & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + 1 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -1+x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

65) Representa la parábola $y = -x^2 - x + 12$

66) Dibuja la función exponencial $y = 4^x$ y la función $y = \log_4 x$. Explica qué ocurre con sus gráficas y por qué. Comprueba además si los puntos siguientes pertenecen a la gráfica

$$y = \log_4 x : (1,0) \quad (16,2) \quad (-2,-3) \quad \left(\sqrt{4}, \frac{1}{2}\right)$$